미래사회 수학교사의 역량과 역할

양재고 수석교사 박정숙
E-mail : pjs1924@sen.go.kr

AI가 할 수 있는 일

AI가 '수학 공식'을 만들기 시작했다

'라마누잔 머신' 통해 100여 개 가설 생성…학자들이 정리 중

2021.02.16 07:28 | 이강봉 객원기자

수학에 있어 가설(추측)을 생성하는 인공지능 알고리즘 '라마누잔 머신'이 최근 천재 수학자들이 해왔던 가설을 발굴해 정리하기 시작했다. ⓒ게티이미지

수천 년 동안 이어져 내려온 수학의 역사 속에서 가설(Conjecture)은 천재들의 전유물이었다.

지난 100년 동안 발견한 중요한 수학 공식은 수십 개에 불과하다. 또한 많은 수학자들이 하나의 공
위해 몰두하고 있다. 그러나 최근 상황이 바뀌고 있다. 인공지능(AI)이 이를 대신하기 시작했다.

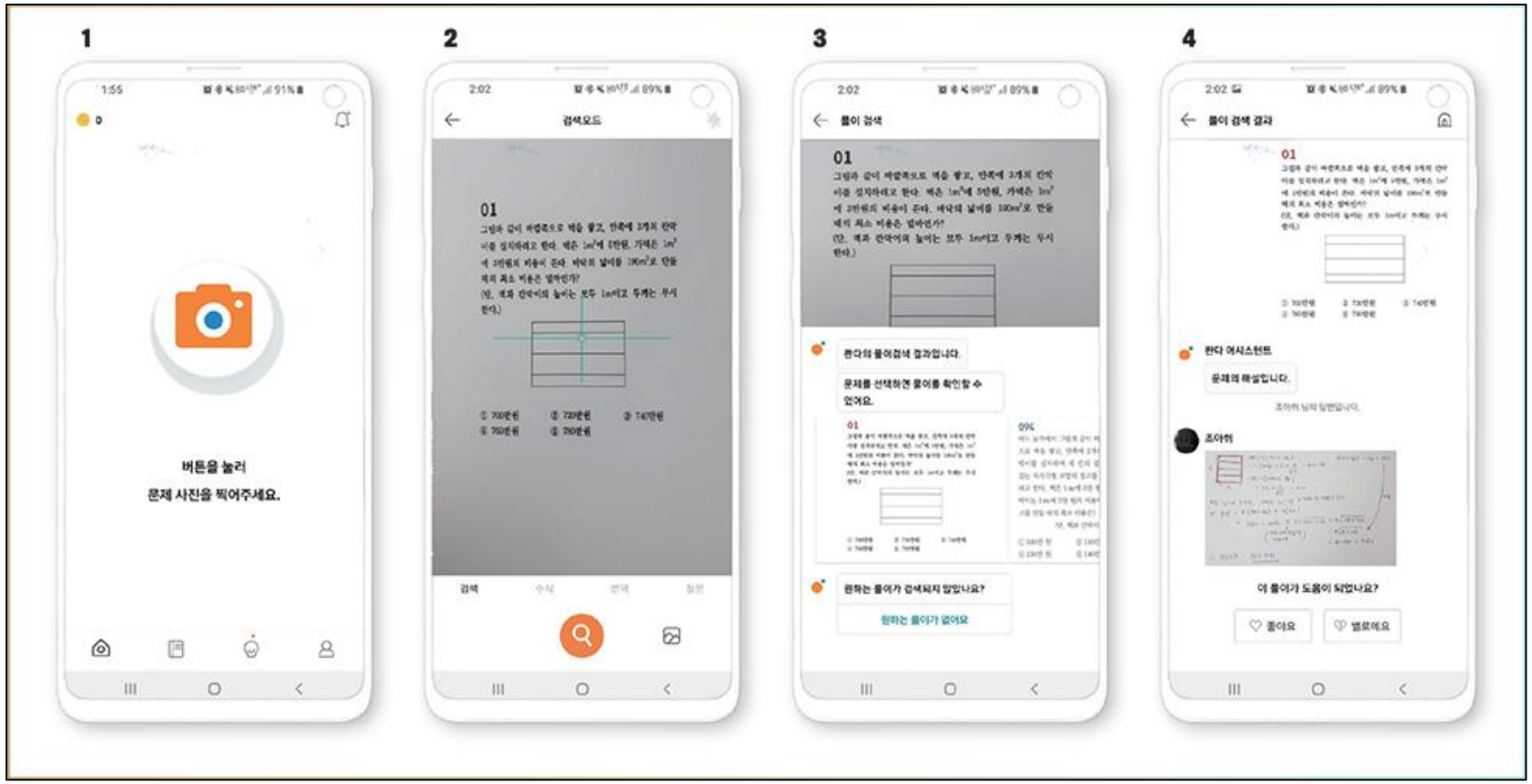
지난 10일 미 과학 전문지 'ZME 사이언스'는 테크니온 이스라엘 공과대학에서 지난 2019년 개발한 인공지능이 당초 목표대로 '가설(conjectures)'을 생성하기 시작했다고 보도했다. 이는 수학자들이 해야 할 새로운 추측을 컴퓨터가 대신할 수 있다는 것을 말해주고 있다.

15일 '라이브 사이언스'에 따르면 '라마누잔 머신'은 천재 수학자 라마누잔처럼 이전의 수학적 지식을 바탕으로 새로운 결과를 도출하는 것이 아니라 값이 변하지 않는 상수를 통해 새로운 방정식 가설을 제안하고 있음

https://www.sciencetimes.co.kr/news/ai

콴다(Quanda)

- 휴대폰 카메라에 비춘 문제의 글씨를 인식하여 동일하거나 비슷한 문제의 답안을 제공



구글이 제시하는 미래교육

We identified 8 emerging trends in K-12 education

디지털 책임감

컴퓨팅 사고

협업하는 교실

혁신적인
교수법

라이프 스킬
& 업무역량 대비

자기주도학습

학부모 & 학교
연계

부상하는
테크놀로지

Google for Education

Future of the Classroom | Google for Education

미래 학교를 위한 교수학습원칙 5가지

1. 지식전달중심의 수업이 아닌 **활동탐구중심의 수업**
2. 학습환경 : **다양한 생각이 가능한 허용적 분위기**
3. **사고 능력과 사고 성향을 함께 향상**시키는 교육
4. 응용 및 적용을 넘어서는 **창출 중심의 교육**
5. **통합적 교육**

신종호 외(2015) 고등사고력 증진을 위한 미래 학교의 원칙 및 제언

서울경제

2021년 07월 15일 목요일 A31면 피플

"문제해결 능력 키우는 교육이 미래 바꿀 것"

미래학자 토마스 프레이 다빈치연구소장

필요한 것만 가르치는 학습으론 4~5년 후 사회 변화에 대비 못해
미래 인식 바꾸면 현재가 달라져
유연한 사고 키우는 교육 필요

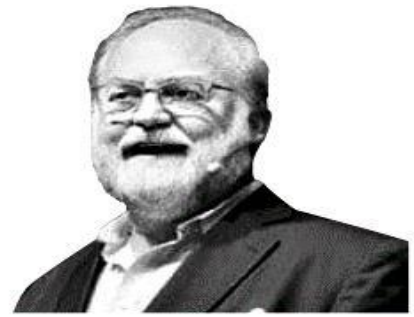
"급속한 기술 발전으로 많은 일자리가 사라지더라도 사회적 문제를 해결하는 직업은 미래에도 남을 것입니다. 미래의 교육 시스템은 학생·청년들이 인공지능(AI)과 상호작용(인터랙티브)을 통해 문제를 해결하고 성취를 얻는 방향으로 바뀔 것입니다. 지금 사회와 교육계는 이에 대비해야 합니다."

세계적 미래학자 토마스 프레이(사진) 다빈치연구소장은 14일 한국연구재단이 주관한 온라인 '2021 대학혁신포럼' 기조강연에서 "현 교육 시스템은 필요한 것만 가르치는 학습 방식 중심으로 돼 있어 4~5년 후 기업의 수요나 생활 변화에도 대비하지 못하고 있다"며 이같이 말했다.

미국 미래학 싱크탱크인 다빈치연구소를 이끄는 프레이 소장은 통계에 기반한 변화상 예측으로 구글이 최고의 미래학자로 선정한 바 있다. IBM에서 약 15년간 엔지니어로 근무한 그는 비영리 조직 세계미래학회의 고문을 맡고 있으며 미최고 IQ 소유자 클럽 '트리플 나인 소사이어티' 회원이다.

그는 강연에서 앞으로 20년이 인류 역사상 가장 큰 변화를 겪는 시기가 될 것으로 전망했다. 그는 "코로나19 영향으로 접촉이 없는 재택근무, 자율 주행, 디지털 트윈 같은 기술이 더욱 빠르게 자리잡을 것"이라며 "AI·유전자가위 등의 기술 발전과 인구구조 변화로 과거 산업과 일자리는 영향을 받을 수밖에 없다"고 예측했다.

그는 다만 현재의 일자리를 앗아가는 신기술이 미래에 전혀 다른 새로운 비즈니스와 일자리를 창출할 것으로 전망했



다. 그가 예시로 든 스마트 신발의 경우 사용자의 발 모양을 스캔해 3차원(3D) 프린터로 제조하게 되면 현 영세 사업자는 살아남기 힘들게 된다. 그는 "다만 소비자 데이터를 가공하거나 스마트 기능 등을 개발하는 직업이 새로 생기게 될 것"이라고 예상했다.

프레이 소장은 직업의 변화와 다양화에 대비한 교육의 역할을 강조했다. 그는 "현재 대학의 소양 교육은 미래에 존재가 불확실한 직업의 소양을 가르치는 경우가 많다"며 "10년 후 사회 초년생들이 진로를 최소 8~10번 바꾸는 상황이 올 수도 있다"고 지적했다.

그는 AI를 활용한 '도제식' 교육을 제안했다. 그는 "일대일 교육이 가장 이상적이지만 확장하는 데 제약이 불가피한데 이를 기계의 힘을 빌려 해결할 수 있을 것"이라고 말했다.

그의 AI 교육은 AI 교육 챗봇과 대화·상호작용을 하면서 학생 스스로 단행본 출간, 창업, 사회운동 등을 경험하며 의사 결정, 문제 해결 능력을 키우는 방식이다.

그는 "학생 경험을 학점으로 인정해주는 이른바 '마이크로 크레디트'가 미래 대학의 대안이 될 수도 있다"며 "기술과 새로운 교육 도구를 이용해 청년들이 진로 방향을 정확히 설정하도록 도와야 할 것"이라고 말했다.

그는 또 현재 기술 혁명 진입 시점에서 모두가 창조자·혁신가가 될 수 있다고 강조했다. '미래가 현재를 만든다'는 말을 인용한 그는 "미래에 대한 인식을 바꾸면 현재의 의사 결정의 질이 달라진다"며 "유연한 사고를 기르기 위해 지금 교육 시스템은 변해야 한다"고 말했다.

/박현욱 기자 hwpark@sedaily.com

01
창의성을 기르는 수업

창의성을 발휘하려면…

수십 개의 다양한 물체를 준다. 각각의 물체는 모양과 크기가 서로 다르고, 직육면체, 원통과 같은 일반적인 모양은 물론 말로 설명하기 어려울 정도로 특이한 모습의 물체도 있다.

A : 앞에 있는 물체 중 각자 마음에 드는 것 5개를 골라 새로운 것을 만들어 보세요.

B : 마음에 드는 물체를 5개씩 고르세요. (학생이 물체를 고른 후) 여러분이 고른 5개의 물체를 가지고 새로운 것을 만들어 보세요.

C : 어떤 새로운 물건을 만들고 싶으세요? (학생이 아이디어를 낸 후) 5개의 물체를 골라 만들고 싶었던 물건을 만들어 보세요.

창의성 발휘하려면… '어떻게'보다 '무엇'을 먼저 고민해야

창의성을 발휘할 수 있는 조건을 만들어 주면 같은 퍼즐로도 전혀 다른 결과물이 나옵니다.

학교에서는 창의적 인재를 키우려고 하고, 기업은 창의적 인재를 뽑으려고 합니다. 심리학자와 교육학자들이 여러 창의성 검사를 만들어 창의성을 평가하려고 노력하기도 했죠. 그런데 최근 연구 흐름을 보면 '창의적 인재'가 있다기보다는 '사람을 창의적으로 만드는 상황이 있다'는 쪽으로 분위기가 바뀌는 것 같습니다.

저뿐만 아니라 여러 심리학자가 반복해 온 실험 하나를 소개할까 합니다. 초등학생 대상 실험을 소개하지만, 이 결과는 초등학생부터 성인까지 일관적으로 관찰되는 것이라는 말씀부터 먼저 드리겠습니다.

초등학교 한 반을 찾아 학생에게 수십 개의 다양한 물체를 줍니다. 각각의 물체는 모양과 크기가 서로 달라요. 직육면체, 원통 같은 일반적인 모양은 물론, 말로 설명하기 어려울 정도로 특이한 모습을 한 물체도 있어요. 이것으로 '창의적인 걸 만들어보라'고 할 텐데 어떤 상황에서 어떻게 질문하느냐에 따라 결과가 판이합니다.

A반에서는 이렇게 말합니다. "앞에 있는 물체 중 각자 마음에 드는 것 5개를 골라 새로운 걸 만들어 보세요." 학생들은 대부분 직육면체 같은 일반적 물체를 고릅니다. 특이한 물체를 집는다면 뭔가 만들기가 부담하고 행동했기 때문입니다. 인간은 이때가 장 평범해집니다.

같은 학년 B반에 가서는 이렇게 말합니다. "마음에 드는 물체를 5개씩 고르세요." 그럼 학생들은 독특한 물체도 부담 없이 골랐습니다. 학생들이 물체를 다 고르고 난 뒤 "여러분이 고른 5개의 물체를 가지고 새로운 걸 만들어 보세요"라고 말합니다. 학생들은 예상치 못했던 목표를 받아 들고 당황하지만, 학생들이 만들어낸 작품은 첫 번째 경우보다 훨씬 더 새롭고 기발합니다. 수단

것이죠. 학생들은 별의별 아이디어를 내놓기 시작합니다. 그러고 나서 앞 반들에서 사용했던 것과 똑같은 물체들을 건넵니다. 그리고 "눈앞에 있는 물체 중 5개를 골라 아까 만들고 싶었던 물건을 만들어보세요"라고 합니다. 어처구니없다는 표정을 짓는 학생도 있어요. 그렇지만 C반 학생들이 부덜대며 만들어 낸 결과물은 심사위원도 놀랄 정도로 창의적인 것이 많았어요.

이 실험 결과는 개개인이 얼마나 창의적인지보다, 창의성을 발휘할 수 있는 상황이

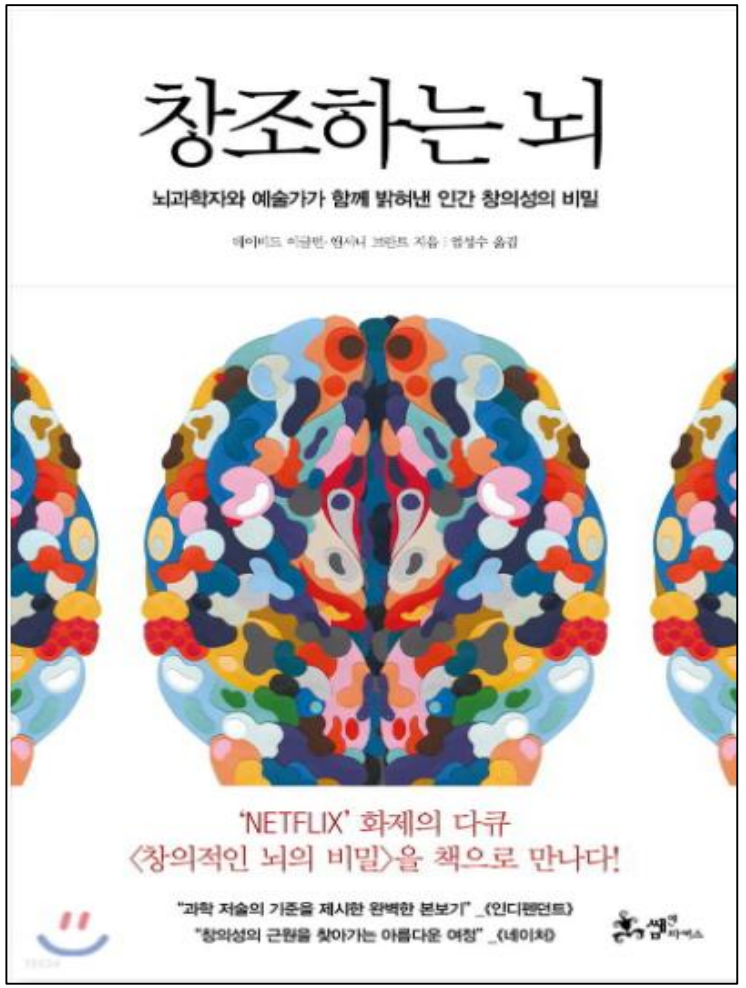
20190924.신문은선생님

창조하는 뇌

Bending

Breaking

Blending



열린 문제 활용하기

그래프들의 공통점 찾아봅시다.

1. 실수에서 정의된 다음 함수들의 그래프를 그려보고, 둘 이상의 그래프에서 공통적인 특성을 최대한 찾으시오.

a. $y = -x^3 + 1$ b. $y = x^3 - 3x^2 + 2$ c. $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$

d. $y = 3x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 2$ e. $y = (x^2 - 1)^2$

예 : a, c, e의 그래프는 $(0,1)$을 지난다.

2. 정의역 $0 \le x \le 1$에서, 다음 함수들의 그래프를 그려보고, 둘 이상의 그래프에서 공통적인 특성을 최대한 찾으시오.

f. $y = 6x(1-x)$ g. $y = 12x^2(1-x)$

h. $y = 20x^3(1-x)$ i. $y = 30x^4(1-x)$

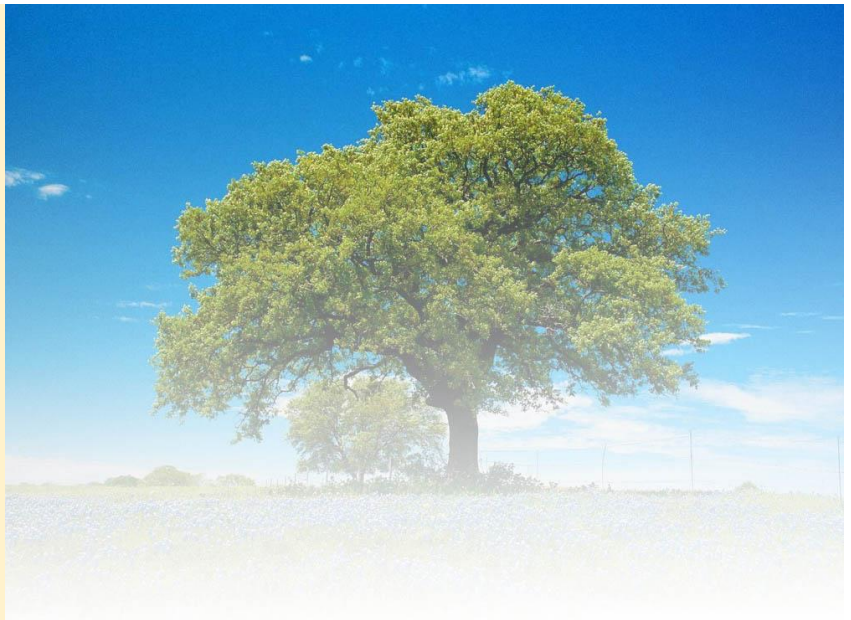
Becker & Simada (2004). Open-ended approach : A new proposal for teaching mathematics. NCTM

열린 문제를 활용한 수업

- 개방형 과제를 해결하는 동안 다양한 방법으로 학습이 이루어짐
- 사고의 과정과 개념에 더 많은 초점을 두어 수학적 가치 이해 기회 제공
- 학생의 해결방법은 학생들의 이해 수준에 대한 통찰 및 평가 정보 제공
- 학생들에게 효율적인 해결 방법에 이르게 하는 수단을 평가하는 기회 제공

유리수

학생작품



너는 유리수, 나는 정수
나는 네 안에 포함되고 싶다.

너는 유리수, 나는 정수
나는 너의 것이고 싶다.

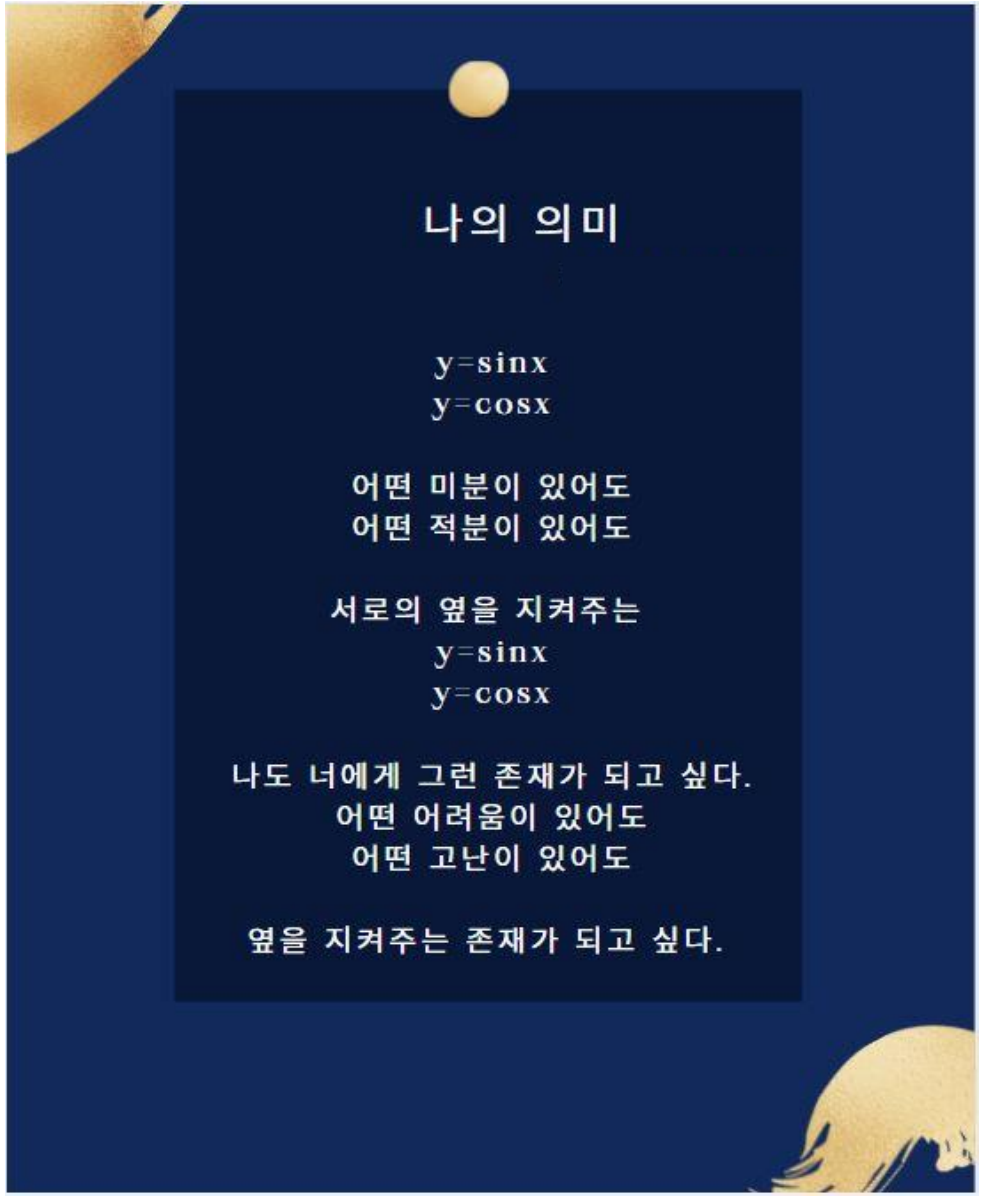
너는 유리수, 나는 정수
나는 너의 일부이고 싶다.

때론 분수의 모습으로,
때론 소수의 모습으로,
너의 곁에 머물고 싶다.
언제나 반복, 또 반복인
바보같은 순환소수가 나일지라도
난 좋다. 너의 일부이니까.....

그러나 내가 다혈질의 난폭한
폭군 같은 비순환소수의 모습이라면
난 널 떠나겠지.
그리고 저 멀리 아무도 모르는 곳으로 가야 할 지도 몰라
너의 일부라는 사실만이 내 존재의 가치이고 정의이니까

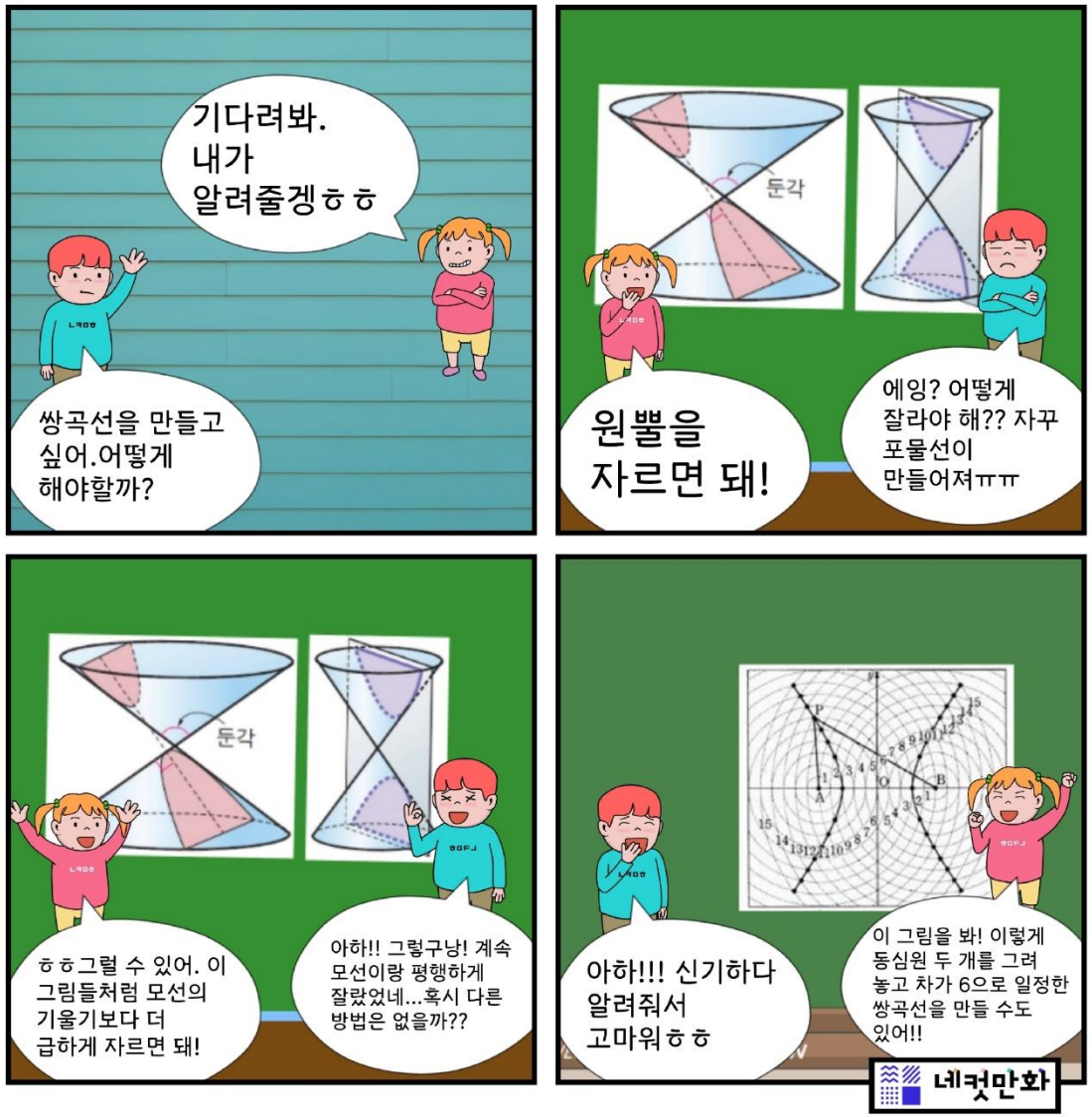
개념활용 시쓰기

학생작품

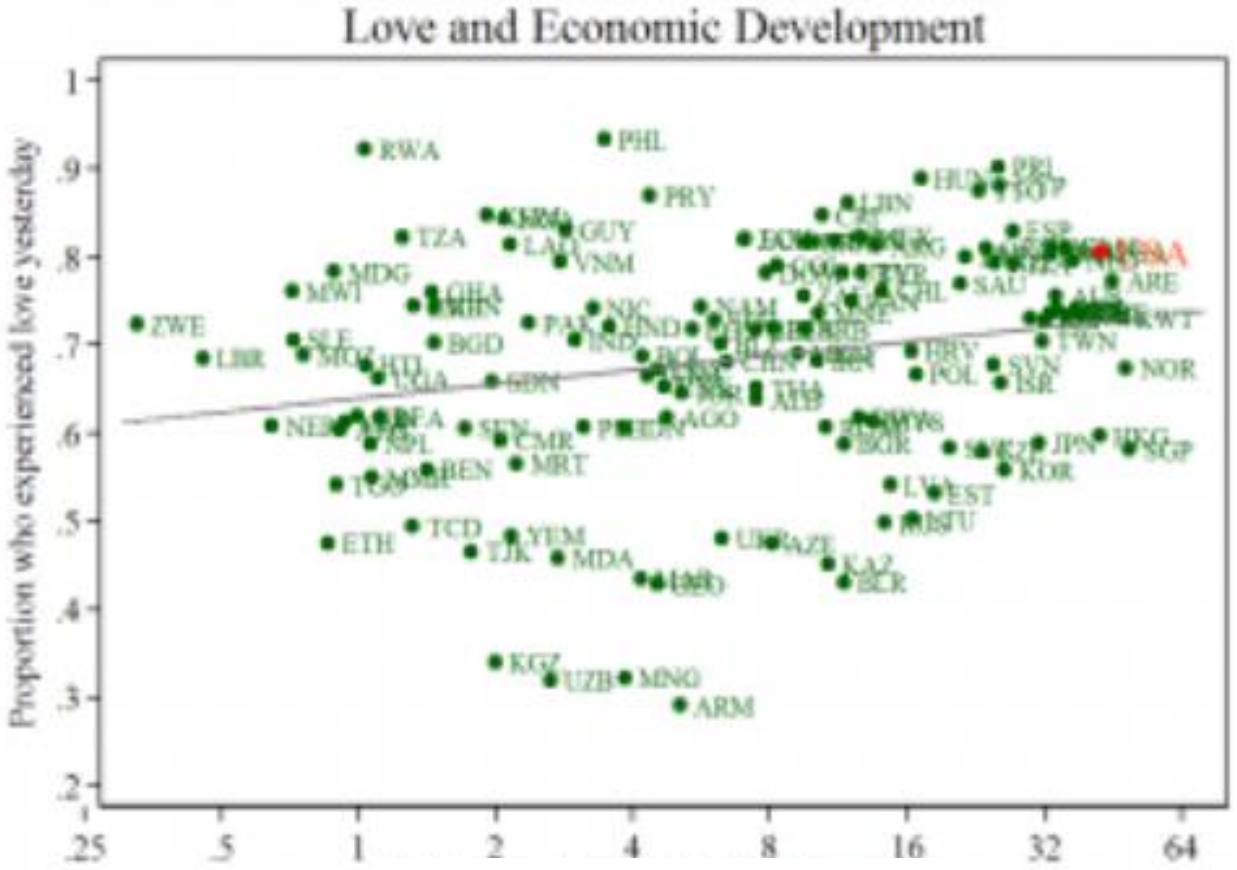


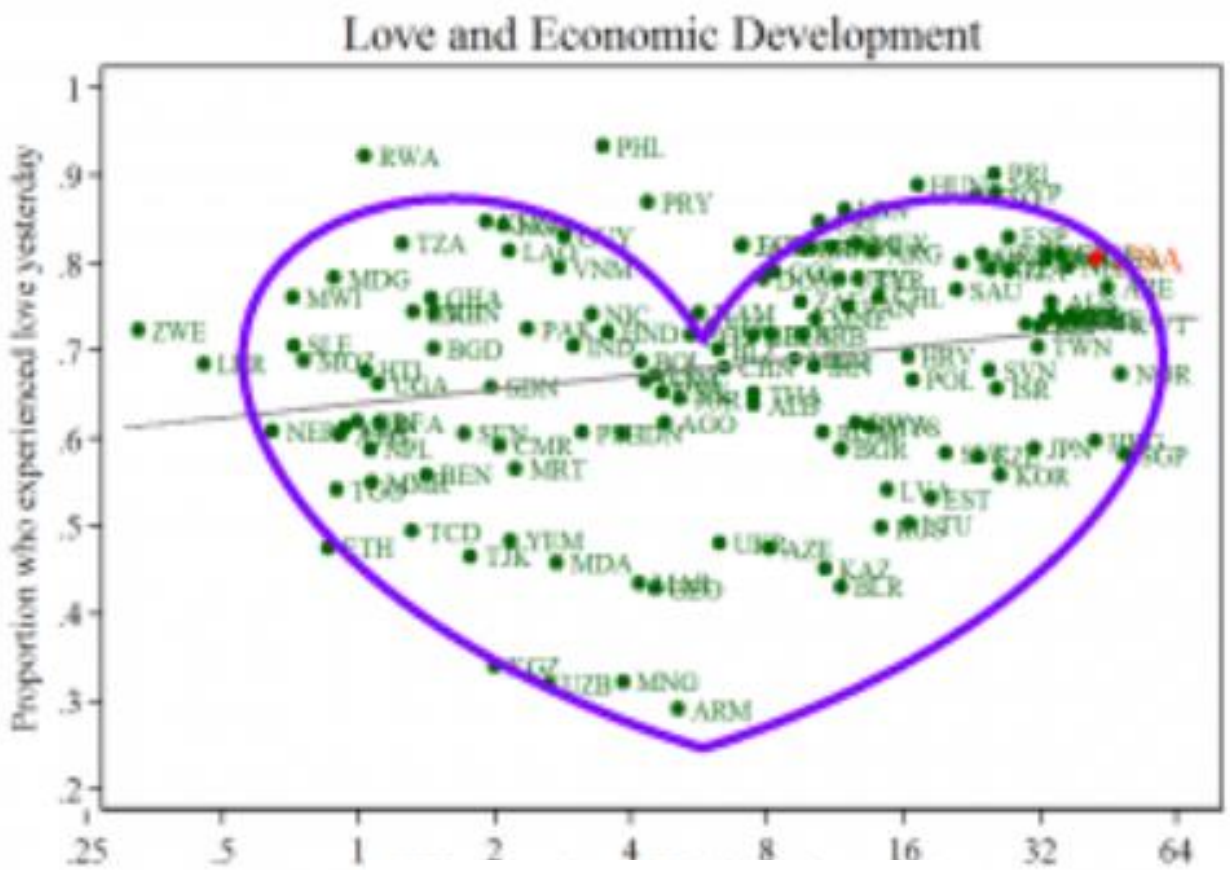
개념 활용 그림그리기

학생작품



발렌타인데이에 사랑을 느꼈나요?

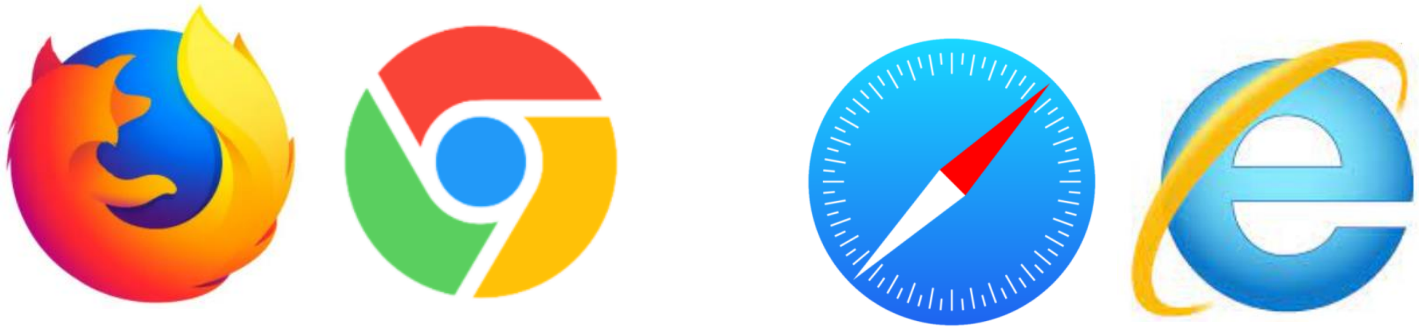




https://freakonomics.com/author/justinwolfers/

02
자기주도성을 기르는 수업

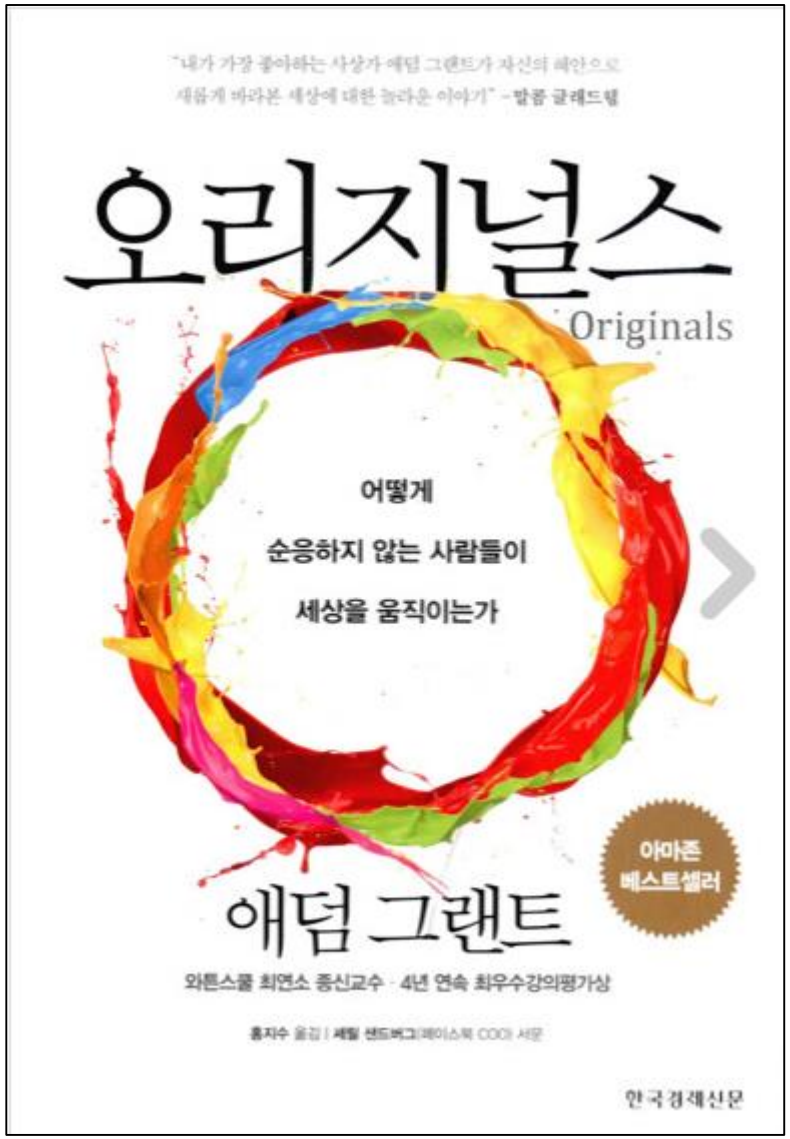
오리지널스



경제학자 하우스먼은 고객 상담을 하는 직원들 사이에
재직기간이 차이가 나는 이유를 밝히기 위한 프로젝트 진행

화이어폭스, 크롬을 사용하는 직원이 재직기간이 15퍼센트
더 길었음

내장된 기능을 그대로 수용하지 않고 주도력을 조금 더 발휘
해서 더 나은 선택지를 찾고자 함



수학 불안감 어떻게 줄일 수 있을까?

수학을 잘하는 능력은 고정되어 있어서 결코 변하지 않는다는 믿음은 수학을 두려워하게 하는 가장 큰 이유이다.

수학을 두려워하는 사람이 숫자를 마주하면 뇌에서 공포를 느끼는 영역이 활성화되는데, 이 영역은 뱀이나 거미를 보았을 때 곧바로 작동하는 영역과 일치한다.

그러므로 능력을 부정적으로 평가하지 않고, 불안감을 유도하는 교육을 하지 않는 것이 중요하다.

보울러 (2020)『언락』

예 만들기 과제

첫째항부터 제5항까지의 합이 55인 등차수열의 예를 찾고,

각각의 일반항을 구하시오.

(단, 공차는 자연수이다.)

예 만들기 수업

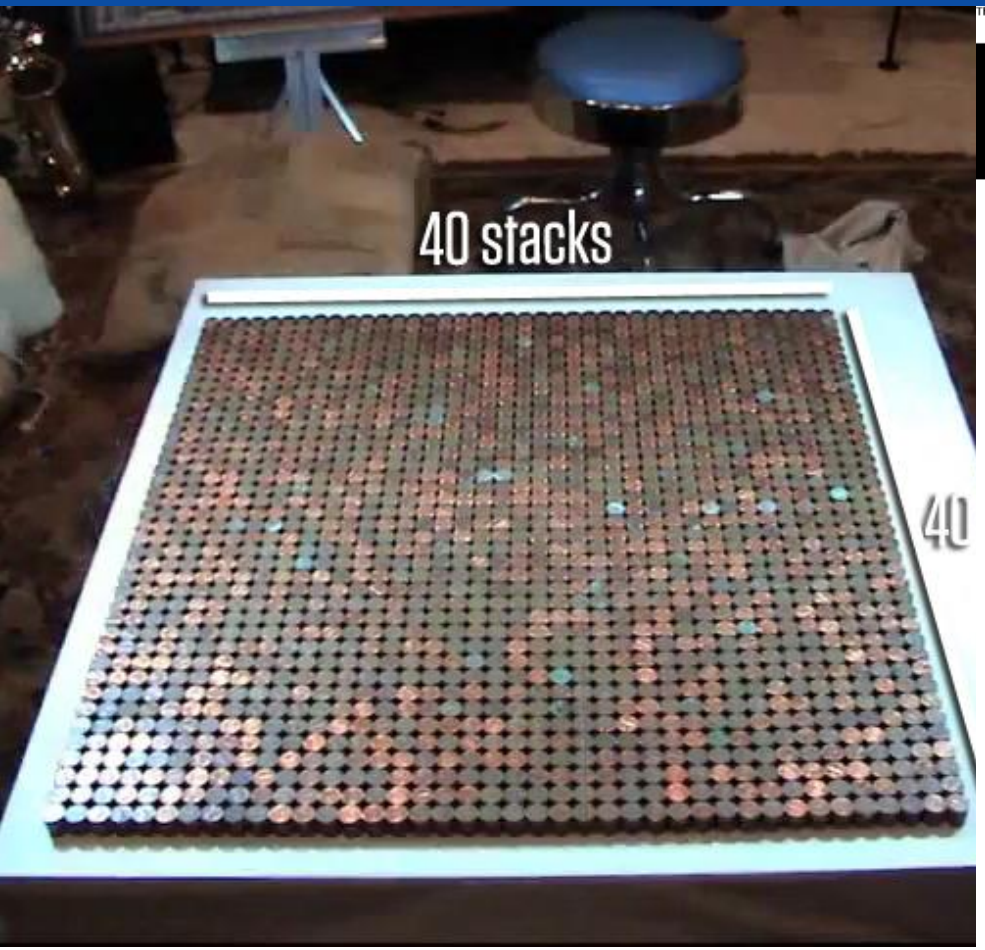
1. 학생들이 발산적으로 다양한 예를 생성할 기회 제공
2. 다양한 차원의 변이를 경험하도록 과제 설계 가능
3. 학생들로 하여금 각자 생성한 예를 정당화하는 활동 포함
4. 다양한 표상을 생성 및 조작하도록 하며, 학생들 사이의 의사소통 강조

문제 만들기 수업

- 페르미 문제
- 그림을 활용한 문제 만들기
- 동영상을 활용한 문제 만들기
- 조건 변형을 활용한 문제 만들기
- 등비수열을 활용한 문제 만들기
- 문제 만들기 (최종)

문제 만들기

문제 만들기 조건


40 stacks
40

The United States Mint Coins and Medals Program
7/22/11 1:52 PM
UNITED STATES MINT
Standard View
무게 : 2.5g
지름 : 19.05mm
두께 : 1.55mm
면은 평평함
IN GOD WE TRUST
LIBERTY
2011
2011 Lincoln
2011 Lincoln
http://www.usmint.gov/mint_programs/circulatingCoins/?action=CircPenny&pf

13 pennies

문제 만들기 수업의 특징

효과적인 뇌 회로를 구축하는 최고의 방법은 문제를 풀고 자기가 틀린 것을 돌아보게 하고, 또다시 문제를 푸는 것

공부한 내용을 훨씬 잘 기억하는 방법 -〉 스스로 문제를 내고 푸는 것

권위자가 평가하지 않는 자가시험이나 동료끼리 서로 문제를 내 풀게 하는 시험이 뇌 성장에 더 유익함

보울러 (2020) 『언락』

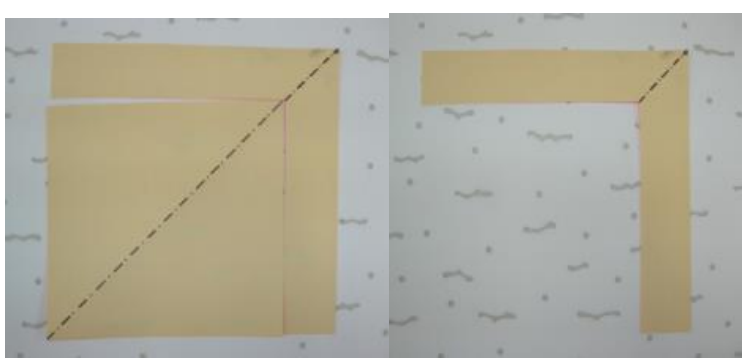
03
생각하는 힘을 기르는 수업

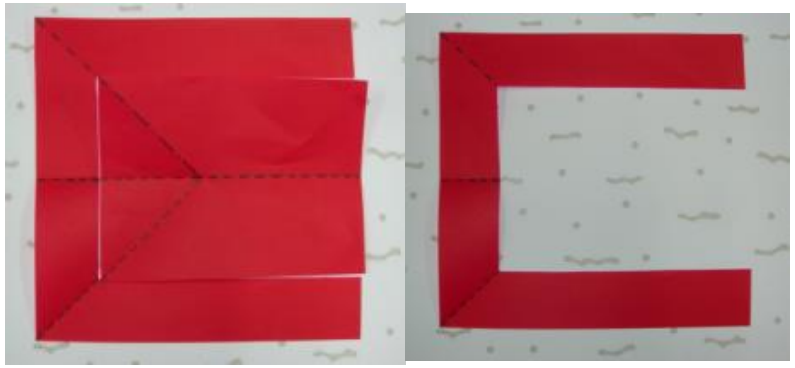
헝가리 현상

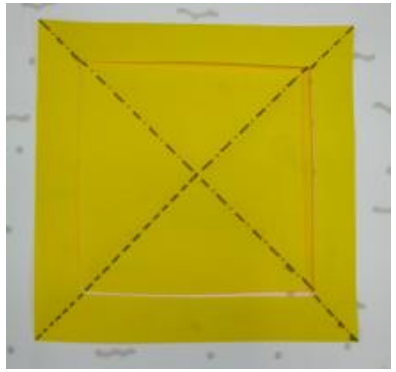
- 1900년 초 1차 세계대전 전후로 약 20년 간 헝가리 부타페스트에서 18명의 천재적 과학자와 수학자 배출된 현상
- 노벨상 수상자 7명, 울프상 수상자 2명
- 고교 마지막 과정에 오픈북 형태로 치러신 시험 : 외트비시 경시대회 → 문제풀이 과정이 창의적이고 논리적인가
- 고등학교 대상의 수학저널 〈괴말〉 →수학교사 라츠가 20년 동안 발행

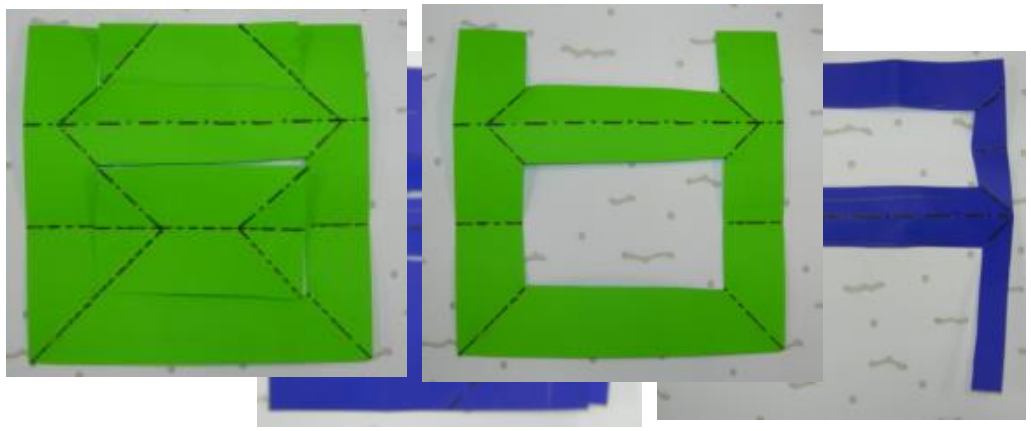
지적인 도전으로 생각하는 힘을 기르자.

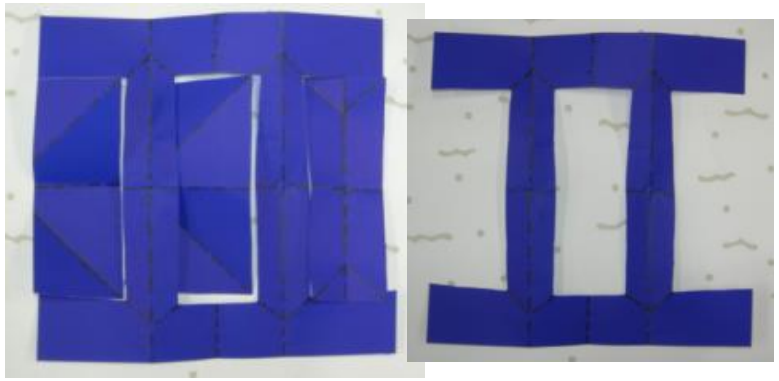
한번에 자르기

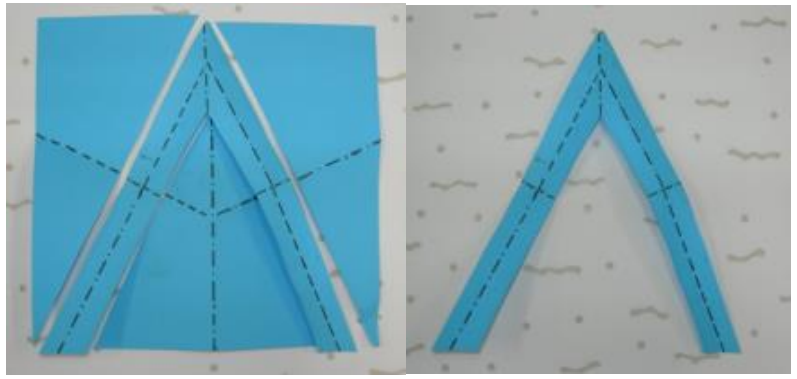


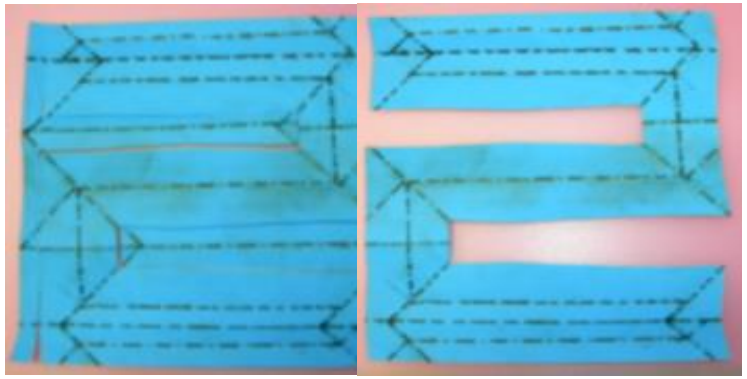




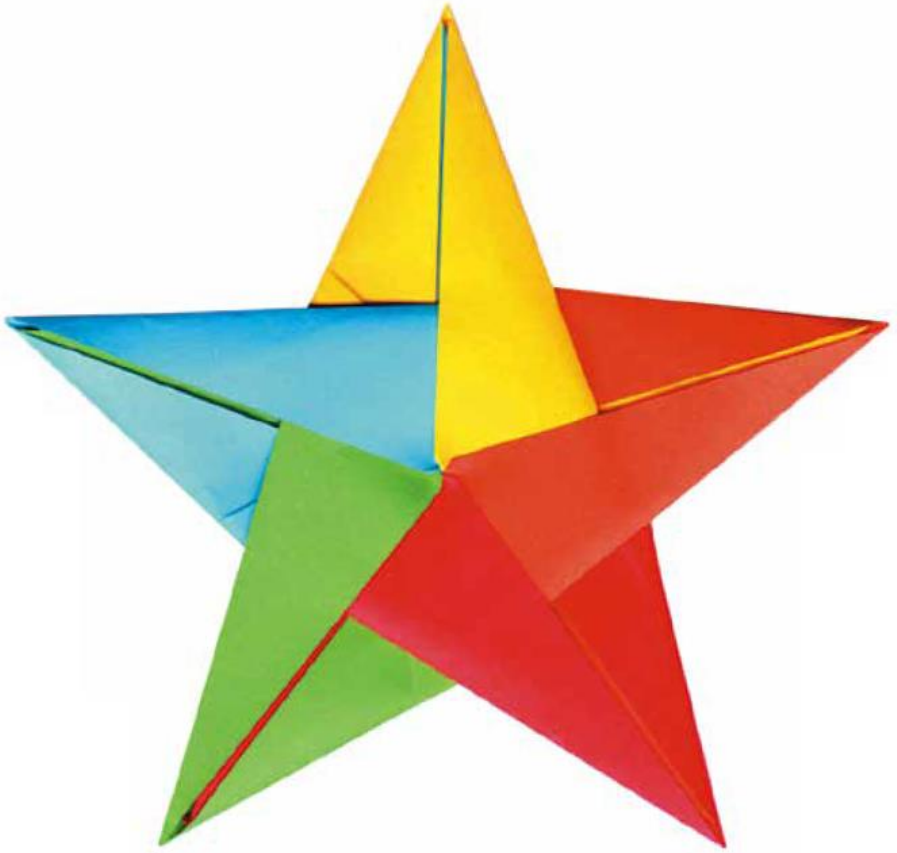






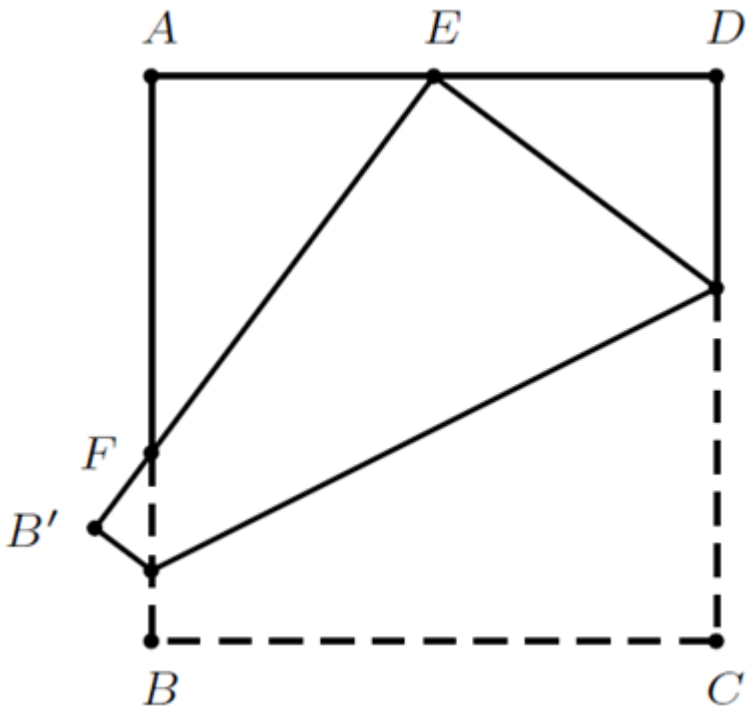


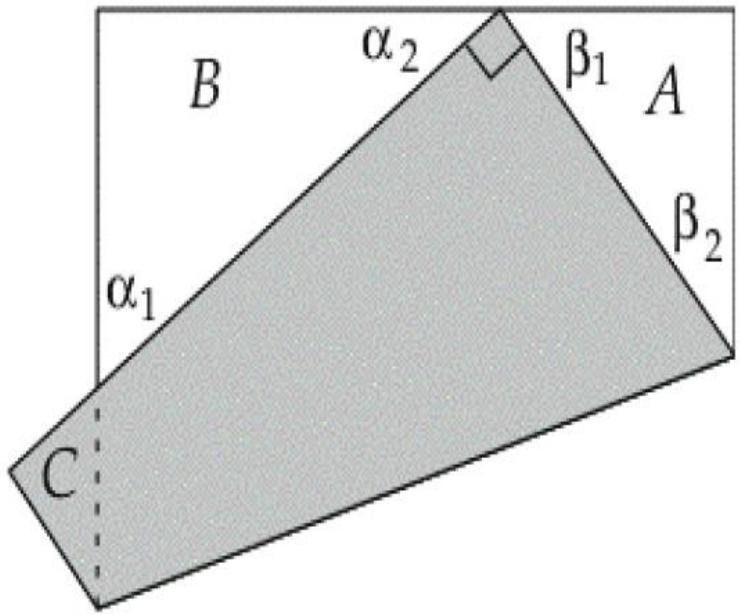
별 만들기

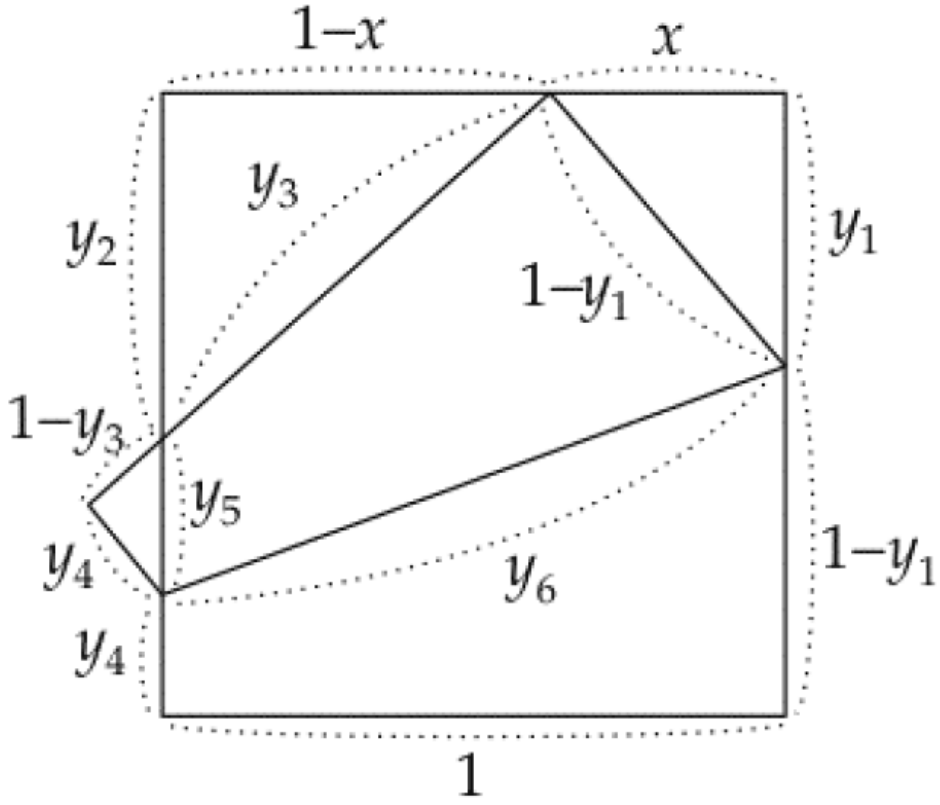


별의 끝 점을 이어 만든
오각형은 정오각형인가?
어떻게 알 수 있는가?

하가의 정리







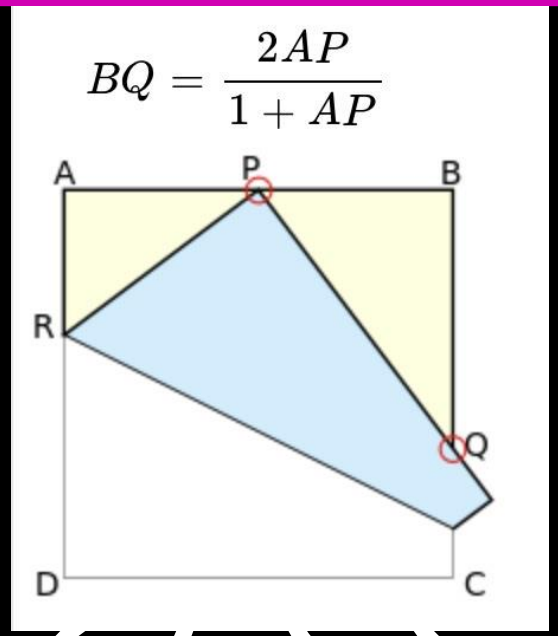
수학과 종이

시험에서
종이접기 문제를
만나면 이번 수업을
떠올리며 원리를 스스로 응용할 수
있을 것 같다.

우리가 세상을
살아가는데 있어서
수학의 필요성을
알려준 수업이었다

종이접기로
흥민정음을 만들며
모든 세상이 수학과
연관 되어있다는
사실을 깨달았다

수학을 몸소
체험할 수 없다고
생각했는데
종이접기라는 친근한
매개체로 수학을 직접
느낄 수 있어서 좋았다



가장 흥미로워 보이는 오징어의 다리에 투표해 주세요!

학생 소감

처음에 수학 교과 특강이라고 해서 수학의 역사에서부터 시작해서 개념까지 진부한 내용에 대해서 배울 것이라고 생각했다. 그러나 종이접기를 이용한 수업은 정말이지 **신선했고 재미가 없을 수 없었다.**
손에 연필을 들고 공식을 적용해가며 문제를 푸는 것이 아니라 종이를 들고 직접 접어가면서 문제를 해결해보니 수학에 더 큰 흥미를 느낄 수 있게 되었다. 또한 **종이접기에도 많은 수학 개념들이 포함**되어 있다는 것을 알게 되었고 앞으로 도형 문제를 접하게 될 때마다 이번 강연에서 했던 경험들이 떠오를 것 같고 이를 바탕으로 하여 **사고하는 좋은 영향을 받을 수 있었던 것 같다.** 평소에 일상생활에서 전혀 쓸모가 없다고만 생각했던 수학이 생각보다 많은 곳에서 사용되고 있다는 것을 몸소 느낄 수 있게 해준 새로운 스타일의 수업이었다.

그 활동은 정사각형 종이 안에서 가장 큰 정삼각형을 만들어서 피타고라스 등 유명한 개념들을 사용하여 증명하는 것이었다. 완성된 삼각형을 보니까 기하 파트의 어려운 문제에 출제되는 그림과 같았다. 완성된 삼각형을 보자마자 '아 이게 이거였어? ' 하는 생각과 동시에 **어렵게만 생각하였던 수학문제가 쉽고 누구나 할 수 있는 종이접기에 연결되는 것을 보니, 어려운 문제를 어렵게만 풀어야 하는 것은 아니구나** 라는 깨달음을 얻었고, 수학문제에 대한 **새로운 접근방식을 고려해 볼 수 있었던 발상의 전환이 되는 수업**이었다.

어제 가르친 그대로 오늘도 가르치지 말자.

어제 가르친 그대로 오늘도 가르치는 것은 아이들의 미래를 빼앗는 것이다.

-존 듀이-

완벽한 수업이란 존재하지 않는다.

훌륭한 교사의 자질은 처음부터 갖고 태어나는 것이 아니라 만들어진다. 완벽한 수업이란 존재하지 않는다. 학생들이 수학을 사랑하고 이해하게끔 힘을 실어주는 교사가 되기 위해서는 수업 방식에 대해 끊임없이 의문을 제기하고 만들어가는 습관을 가지자.

감사합니다.